Internationales Studienkolleg der Hochschule Kaiserslautern

Semester: Sommersemester 2018

FSP-Teilprüfung: Mathematik T2

Datum: 18.06.2018

Dauer: 90 Minuten

Prüfer: Dr. Jens Siebel, Werner Müller, Jörg Wilhelm

Aufgabe 1

Wir haben die komplexen Zahlen $z_1 = 3 + 4 \cdot i$ und $z_2 = 1 - i$.

a) Stellen Sie z_1 und z_2 jeweils in trigonometrischer Form dar. Rechnen Sie auf drei Nachkommastellen genau *(4 Punkte)*.

b) Berechnen Sie:

b1) $z_1 - \overline{z}_2$, b2) $z_1 \cdot z_2$, b3) $\frac{z_2}{\overline{z}_1}$ *(je 1 Punkt)*.

c) Bestimmen Sie alle Lösungen von $w^3 = \overline{z}_2$, und zeichnen Sie diese in ein Diagramm. Rechnen Sie auf drei Nachkommastellen genau *(3 Punkte)*.

Aufgabe 2

a) Eine linear-homogene Differenzialgleichung mit konstanten Koeffizienten hat die allgemeine Lösung $f(x) = c_1 \cdot e^{4 \cdot x} + c_2 \cdot x \cdot e^{4 \cdot x} + c_3 \cdot e^{-5 \cdot x}$. Bestimmen Sie die Differenzialgleichung *(3 Punkte)*.

b) Bestimmen Sie die partikuläre Lösung von $f''(x) + f(x) = \sin(3 \cdot x)$ *(4 Punkte)*.

c) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von $f''(x) + f'(x) + 2 \cdot f(x) = 0$ *(3 Punkte)*.

Aufgabe 3

Kreuzen Sie bei den Aussagen jeweils „Ja“ oder „Nein“ an.

- +1 Punkt für jede richtige Antwort,
- -1 Punkt für jede falsche Antwort,
- 0 Punkte für jede fehlende Antwort,
- Minimumpunktzahl für die Gesamtaufgabe: 0 Punkte

Aussage		
Für $A(1\|1)$, $B(3\|0)$ und $C(2\|3)$ gilt: $\overrightarrow{AB}$ ist ein Normalenvektor von $\overrightarrow{AC}$.	**Ja**	
	Nein	
$A(1\|1)$, $B(3\|0)$, $C(2\|3)$ und $D(5\|2)$ bilden ein Parallelogramm.	**Ja**	
	Nein	
$f(x)=\|x\| \quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$ ist an der Stelle $x=0$ differenzierbar.	**Ja**	
	Nein	
Ein Polynom *n*-ten Grades hat genau *n* Linearfaktoren.	**Ja**	
	Nein	
Für die Ebene $\varepsilon: x+y+z=3$ gilt $\vec{n}_e=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$.	**Ja**	
	Nein	
$f(x)=\frac{x}{e^x} \quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$ hat keine vertikalen Asymptoten.	**Ja**	
	Nein	
$F(x)=\frac{2^x}{\ln 2}$ ist die Stammfunktion von $f(x)=2^x \quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$.	**Ja**	
	Nein	
$\int_{\pi/4}^{\pi}\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)dx<0$.	**Ja**	
	Nein	
$f(x)=x$ ist Lösung des Randwertproblems $f''(x)=0 \quad f(0)=0, f(1)=1$.	**Ja**	
	Nein	
$f(x)=\|\ln(x)\| \quad \mathbb{D}_f=\{x\in\mathbb{R}\|x>0\}$ ist eine ungerade Funktion.	**Ja**	
	Nein	

(10 Punkte)

Aufgabe 4

a) Bestimmen Sie sämtliche horizontalen und vertikalen Asymptoten von $f(x)=\frac{2\cdot x^3-4\cdot x}{x^2-1}$ *(3 Punkte)*.

b) Bestimmen Sie mit dem Newton-Verfahren die Nullstelle x_N von $f(x)=-1{,}01^x-x \quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$ auf drei Nachkommastellen genau *(4 Punkte)*.

c) Bestimmen Sie $\int_{-1}^{2} 2\cdot x\cdot\sqrt{x^2+3}\,dx$ auf drei Nachkommastellen genau (mit Lösungsweg) *(3 Punkte)*.

Aufgabe 5

Die Punkte $A(1|-1|6)$, $B(2|2|2)$ und $C(-1|3|-1)$ liegen in der Ebene ε.

a) Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung von ε *(2 Punkte)*.

b) Bestimmen Sie den Winkel zwischen Ihren Richtungsvektoren auf drei Nachkommastellen genau *(2 Punkte)*.

c) Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC auf drei Nachkommastellen genau *(2 Punkte)*.

d) $\varepsilon:-x+3\cdot y+2\cdot z=8$ ist eine Koordinatenform von ε. Der Punkt $M(2|y_M|1)$ hat von ε den Abstand $d=\sqrt{14}$. Bestimmen Sie <u>einen</u> Wert für y_M *(4 Punkte)*.

Aufgabe 6

Über eine ganzrationale Funktion 4. Grades sind folgende Informationen bekannt:

- $W(0|0)$ ist Wendepunkt mit der Steigung $m=1$.
- $T(-2|-4)$ ist Tiefpunkt.

Bestimmen Sie die Funktionsgleichung $f(x)$ *(10 Punkte)*.